Technische Universität Berlin
Fakultät II - Institut für Mathematik
Vorlesung: Prof. Dr. Jürgen Gärtner
Übung: Stephan Sturm
Tutorien: Dana Ihlow, Alla Slynko, Stephan Sturm
Sekretariat: Monika Michel, MA 7-5

Sommersemester 2005

# Übungen zur Vorlesung Wahrscheinlichkeitstheorie I

*5.Blatt*
Übungen 13.05.05
Abgaben bis 20.05.05

## Hausaufgaben

**1.Aufgabe**: Sei $X$ eine Poisson-verteilte Zufallsgröße mit Parameter $\mu > 0$, $Y$ eine exponentialverteilte Zufallsgröße mit Parameter $\lambda > 0$ und $Z := e^Y$. Man untersuche, ob

(i) Erwartungswert und Varianz von $X$,

(ii) die Varianz von $Y$ sowie

(iii) Erwartungswert und Varianz von $Z$

existieren und berechne sie gegebenenfalls.

**2.Aufgabe**: Sei $X$ eine $\mathbb{N}$-wertige Zufallsgröße mit endlichem Erwartungswert $E[X]$, man zeige

$$E[X] = \sum_{n=1}^{\infty} P[X \geq n].$$

**3.Aufgabe**: Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängige und identisch verteilte reelle Zufallsgrößen mit Dichte $f$ und stetig differenzierbarer Verteilungsfunktion $F$. Man bestimme Dichte und Verteilungsfunktion von

$$Y := \min\{X_1, \ldots, X_n\} \qquad \text{und} \qquad Z := \max\{X_1, \ldots, X_n\}$$

(in Abhängigkeit von $f$ und $F$).

**4.Aufgabe**: Seien $X$ und $Y$ unabhängige, identisch verteilte reelle Zufallsgrößen mit stetiger Dichte $f$. Man zeige, dass die Zufallsgröße

$$Z(\omega) := \begin{cases} \frac{X(\omega)}{Y(\omega)} & \text{falls } Y(\omega) \neq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

ebenfalls eine Dichte besitzt und berechne diese

(i) allgemein,

(ii) für die Gleichverteilung auf $[0, a]$, $a > 0$,

(iii) für die Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda > 0$.

Jede Aufgabe 6 Punkte

# Tutoriumsvorschläge

**Aufgabe 1**: Sei $X$ eine geometrisch verteilte Zufallsgröße mit Parameter $p \in (0,1)$, man berechne Erwartungswert und Varianz.

**Aufgabe 2**: Man berechne den Erwartungswert einer exponentialverteilten reellen Zufallsgröße $Y$ mit Parameter $\lambda > 0$.

**Aufgabe 3**: Seien $X$ und $Y$ unabhängige, identisch verteilte reelle Zufallsgrößen mit stetiger Dichte $f$. Man zeige, dass die Zufallsgröße $Z := X \cdot Y$ ebenfalls eine Dichte besitzt und berechne diese

(i) allgemein,

(ii) für die Gleichverteilung auf $[0, a]$, $a > 0$.