

Technische Universität Berlin
 Fakultät II - Institut für Mathematik
 Vorlesung: Prof. Dr. Alexander Schied
 Übung: Stephan Sturm
 Sekretariat: Florence Siwak, MA 7-4

Sommersemester 2007

Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik II

6. Blatt

Übung: 29.05.07

Abgabe: 05.06.07

Aufgabe 1: Man zeige, dass der Black-Scholes-Preis eines *forward starting Calls* $(S_T - S_t)^+$ gegeben ist durch

$$e^{-rt} E_z^r [(S_T - S_t)^+] = z \left(\Phi(d_+) - e^{-r(T-t)} \Phi(d_-) \right)$$

wobei

$$d_{\pm} = \frac{(r \pm \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

und Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung bezeichnet.

Aufgabe 2: Man benutze die elementare Girsanov-Transformation, um die folgende Relation zwischen Call- und Put-Preisen in einem Black-Scholes-Modell mit Zinsrate $r = 0$ zu beweisen:

$$E_z^0 [(S_T - K)^+] = zK E_{\frac{1}{z}}^0 \left[\left(\frac{1}{K} - S_T \right)^+ \right] = E_K^0 [(z - S_T)^+].$$

Aufgabe 3: Es sei S eine geometrische Brownsche Bewegung und

$$A_t := \int_0^t S_s ds \quad \text{und} \quad M_t := \max_{0 \leq s \leq t} S_s$$

für $t \geq 0$. Man gebe partielle Differentialgleichungen (gegebenenfalls mit Randbedingungen) an, die eine Funktion $v : [0, \infty) \times (0, \infty)^2 \rightarrow \mathbb{R}$ erfüllen muss, damit $v(t, S_t, A_t)$ bzw. $v(t, S_t, M_t)$ Wertprozesse selbstfinanzierender Handelsstrategien sind.