Technische Universität Berlin
Fakultät II - Institut für Mathematik
Vorlesung: Prof. Dr. Jean-Dominique Deuschel / Prof. Dr. Alexander Schied
Übung: Stephan Sturm
Sekretariat: Florence Siwak, MA 7-4

Wintersemester 2006/07

Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik I

4.Blatt
Übung: 13.11.06
Abgabe: 20.11.06

Aufgabe 1: Wir betrachten ein Finanzmarktmodell mit zufälligen Startwerten. Sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum mit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$, $\mathcal{F} = 2^\Omega$, $\mathcal{F}_0 = \sigma(\{\omega_1, \omega_2\})$, $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}$ und $P(\omega_i) > 0$ für alle $i \in \{1, 2, 3, 4\}$. S^0 sei eine risikolose Anlage mit Zinsatz $r = 0,2$ und S^1 eine riskante Anlage mit $S^1_0(\{\omega_1, \omega_2\}) = 2$, $S^1_0(\{\omega_3, \omega_4\}) = 5$ sowie $S^1_1(\omega_1) = 1$, $S^1_1(\omega_2) = 4$, $S^1_1(\omega_3) = 3$ und $S^1_1(\omega_4) = 7$. Man bestimme die Menge $\mathcal{P}$ aller risikoneutralen Maße P^* für dieses Marktmodell.

Aufgabe 2: Wir betrachten wiederum ein Finanzmarktmodell mit zufälligen Startwerten. Sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum mit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $\mathcal{F} = 2^\Omega$, $\mathcal{F}_0 = \sigma(\omega_1)$, $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}$ und $P(\omega_i) > 0$ für alle $i \in \{1, 2, 3\}$. S^0 sei eine risikolose Anlage mit Zinsatz $r = 0,1$ und S^1 eine riskante Anlage die zum Zeitpunkt 1 die Werte $S^1_1(\omega_1) = 4$, $S^1_1(\omega_2) = 1$, $S^1_1(\omega_3) = 5$ annimmt. Man bestimme die Menge aller $\mathcal{F}_0$-messbaren zufälligen Startwerte $S^1_0(\omega)$, unter denen dieses Marktmodell arbitragefrei ist.

Aufgabe 3: Wir betrchten ein Marktmodell auf $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $\mathcal{F} = 2^\Omega$, $P(\omega_1) = 2/3$, $P(\omega_2 = P(\omega_3) = 1/6$ mit einem risikolosen, zinsfreien Bond und einer Anlage S mit Preis $\pi = 5$ und $S(\omega_1) = 3$, $S(\omega_2) = 5$, $S(\omega_3) = 6$.

i) Man prüfe, ob das Marktmodell arbitragefrei und/oder vollständig ist und berechne im gegeben Fall alle risikoneutralen Maße.
ii) Nun betrchten wir in diesem Marktmodell eine Europäische Calloption mit Strikepreis 4, $H = (S - 4)^+$. Ist dieser Contigent Claim erreichbar? Man gebe die Menge aller arbitragefreien Preise von H an.

Aufgabe 4: Wir betrchten wieder den Europäischen Call aus dem Modell von Aufgabe 3.

i) Man gebe eine *Superhedgingstrategie* an, deren Preis durch $1/3$ beschränkt ist (also $\overline{\xi} \cdot \overline{\pi} \leq 1/3$), die $P(\overline{\xi} \cdot \overline{S} < H)$ minimiert.
ii) Man berechne die *Mean-Variance-Hedgingstrategie*.