

Übungen zur Vorlesung Versicherungsmathematik

6. Blatt

Übung: 20.11.08
Abgabe: 27.11.08

Aufgabe 1:

- Man berechne den Maximum-Likelihood-Schätzer und den Momentenschätzer für den Parameter $\lambda > 0$ der Exponentialverteilung und kommentiere das Ergebnis.
- Man berechne die Momentenschätzer für die Parameter μ und σ der Log-Normalverteilung.

Aufgabe 2: Wir betrachten eine Menge von Poisson-Verteilungen \mathcal{P}_λ , $\lambda > 0$. Wir mischen diese Poissonverteilungen mit Hilfe einer Gamma-Verteilung $\Gamma_{\alpha,\beta}$ mit $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$ als Mischverteilung für den Parameter λ . Man zeige, dass die gemischte Verteilung die negative Binomialverteilung $\mathcal{B}_{\alpha, \frac{\beta}{\beta+1}}^-$ ist.

Aufgabe 3: Es seien X_1, \dots, X_n unabhängige, gammaverteilte Risiken mit

$$E[X_k] = \mu u_k \quad \text{und} \quad \text{Var}(X_k) = \sigma^2 u_k$$

mit $\mu, \sigma^2 > 0$ und $u_k > 0$ für alle k . Man berechne die Verteilung des Gesamtschadens.

Aufgabe 4: Eine Verteilung mit Verteilungsfunktion F heißt unendlich oft teilbar, wenn es für jedes $n \in \mathbb{N}$ eine Verteilungsfunktion F_n gibt mit

$$F = F_n^{*n} = F_n * \dots * F_n \quad (\text{n-fache Faltung}).$$

- Man zeige, dass die Poisson- und die Normalverteilung unendlich oft teilbar sind.
- Man zeige, dass die Bernoulli-Verteilung mit Parameter $p \in]0, 1[$ nicht unendlich oft teilbar ist.