Technische Universität Berlin
Fakultät II - Institut für Mathematik
Vorlesung: Prof. Dr. Michael Scheutzow
Übung: Stephan Sturm
Sekretariat: Maria Willmers, MA 7-5

Wintersemester 2008/09

Übungen zur Vorlesung Versicherungsmathematik

4.Blatt
Übung: 06.11.08
Abgabe: 13.11.08

Aufgabe 1: In der Vorlesung wurde unter der Annahme, dass die Abbildung

$$t \mapsto \frac{A(t)}{K(t)}$$

fallend ist, bewiesen, dass die Nettoeinmalprämie unter allen Nettoprämien diejenige mit der geringsten Varianz des Barwertes ist. Man zeige, dass diese Aussage ohne diese Annahme *nicht* richtig ist.

Aufgabe 2: Wir betrachten das folgende Versicherungsmodell: Ein Versicherungsnehmer zahlt über 30 Jahre monatlich eine konstante Prämie ein, ab Erleben des 30.Jahres zahlt ihm das Versicherungsunternehmen für 10 Jahre (maximal aber bis zu seinem Tod) monatlich EUR 1.000,-. Wir nehmen an, die Kapitalfunktion sei $K(t) = e^{0,3t}$ und die Lebensdauer exponentialverteilt, wobei wir eine durchschnittliche Lebensdauer von 75 Jahren annehmen.

a) Man berechne die Nettoprämien π.

b) Man gebe die Varianz des Verlustes $\mathcal{L}(t)$ an und berechne die Varianz des Barwerts B.

(*Zur numerischen Auswertung darf ein Taschenrechner/Computer verwendet werden.*)

Aufgabe 3: Es sei $(N_t)_{t\in[0,\infty)}$ ein Poissonprozess mit Parameter $\lambda > 0$. Man zeige, dass $(N_t - \lambda t)$ ein Martingal bezüglich $(\mathcal{F}_t^N)$ ist, ebenso $((N_t - \lambda t)^2 - \lambda t)$.

Aufgabe 4: Es sei $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t), P)$ ein filtrierter Wahrscheinlichkeitsraum und (M_t) ein Martingal bezüglich $(\mathcal{F}_t)$. Weiterhin seien Filtrationen $(\mathcal{G}_t)$, $(\mathcal{H}_t)$ gegeben, so dass

$$\mathcal{F}_t^M \subseteq \mathcal{H}_t \subseteq \mathcal{F}_t \subseteq \mathcal{G}_t.$$

(i) Man zeige, dass (M_t) auch ein $\mathcal{H}_t$-Martingal ist, insbesondere also auch ein Martingal bezüglich seiner kanonischen Filtration $(\mathcal{F}_t^M)$.

(ii) Ist (M_t) stets auch ein $\mathcal{G}_t$-Martingal?

Jede Aufgabe 6 Punkte