Technische Universität Berlin
Fakultät II - Institut für Mathematik
Vorlesung: Prof. Dr. Michael Scheutzow
Übung: Stephan Sturm
Sekretariat: Maria Willmers, MA 7-5

Wintersemester 2008/09

Übungen zur Vorlesung Versicherungsmathematik

13.Blatt
Übung: 22.01.09
Abgabe: 29.01.09

Aufgabe 1:

i) Man zeige, dass das Standardabweichungsprinzip weder maximalschadenbegrenzt noch additiv ist.
ii) Man zeige, dass das Perzentilprinzip maximalschadenbegrenzt, nicht aber subadditiv (somit also auch nicht additiv) ist.
iii) Man zeige, dass das Exponentialprinzip mit Parameter $a > 0$ für $a \to 0$ gegen das Nettoprämienprinzip und für $a \to \infty$ gegen das Maximalschadenprizip konvergiert.

Aufgabe 2: Für ein Versicherungsunternehmen ist das Standardabweichungsprinzip schon deshalb nicht ideal, weil es auch negative Abweichungen der Schadenhöhe von ihrem Erwartungswert berücksichtigt. Aus diesem Grund definiert man das *Semistandardabweichungsprinzip*, das nur positive Abweichungen berücksichtigt, auf die folgende Weise: Sei X die Schadenhöhe mit Verteilung μ, dann ist das Semistandardabweichungsprinzip gegeben als

$$\mathcal{H}(\mu) = m(\mu) + \beta\sqrt{\mathrm{sVar}\,(\mu)}$$

für ein $\beta > 0$, $m(\mu) = \int_0^\infty x\,d\mu(x)$ und die positive Semivarianz

$$\mathrm{sVar}\,(\mu) := \int_{\{y\,:\,y>\int_0^\infty x\,d\mu(x)\}} \left(y - \int_0^\infty x\,d\mu(x)\right)^2 d\mu(y).$$

Man überprüfe, ob das Semistandardabweichungsprinzip erwartungswertübersteigernd, maximalschadenbegrenzt, additiv, translationsinvariant und positiv homogen ist.

Aufgabe 3: Ein Versicherungsunternehmen möchte zur Prämienkalkulation sein Portfolio in n Teilportfolios aufteilen, von denen jedes gemäß dem Exponentialprinzip zu einem Parameter $a_j > 0$, $j = 1, \dots, n$, bewertet wird. Sei X_j der Schaden im j-ten Portfolio mit Verteilungsfunktion μ_j und $X = \sum_{i=1}^n X_i$ der Gesamtschaden mit Verteilung $\mu = \mu_1 * \cdots * \mu_n$. Es gilt also

$$\mathcal{H}(\mu) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \ln E\left[e^{a_i X_i}\right].$$

Man leite eine Lagrange-Bedingung für die optimale (d.h. prämienminimierende) Aufteilung der Portfolios her und zeige, dass diese durch

$$X_j = \frac{1}{a_j \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}} X$$

erfüllt wird.

Jede Aufgabe 8 Punkte