Technische Universität Berlin
Fakultät II - Institut für Mathematik
Vorlesung: Prof. Dr. Michael Scheutzow
Übung: Stephan Sturm
Sekretariat: Maria Willmers, MA 7-5

Wintersemester 2008/09

Übungen zur Vorlesung Versicherungsmathematik

12.Blatt
Übung: 15.01.09
Abgabe: 22.01.09

Aufgabe 1: Wir betrachten die Weibull-Verteilung

$$F(x) = 1 - e^{-x^\tau}$$

mit Parameter $\tau \in]0, 1[$.

i) Man berechne die integrierte Tailverteilung F_I.
ii) Man zeige, dass F_I subexponentiell ist.
iii) Man berechne die Asymptotik der Ruinfunktion $\Psi(u)$ für $u \to \infty$ im Cramér-Lundberg Modell mit Net Profit Condition, in dem die Höhe der Schäden durch Weibull-verteilte Zufallsvariablen Z_k (mit $\tau \in]0, 1[$) gegeben sind.

Aufgabe 2: Zwei Verteilungsfunktionen F, G heißen *schwach tail-äquivalent*, wenn es reelle Konstanten m, $M \in]0, \infty[$ gibt, so dass

$$m \leq \frac{\overline{G}(x)}{\overline{F}(x)} \leq M, \qquad \text{für alle } x \in]0, \infty[$$

gilt.
Man zeige: Sind F und G zwei schwach tail-äquivalente Verteilungsfunktionen, für die

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\overline{F}(x-y)}{\overline{F}(x)} = 1 \qquad \text{und} \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{\overline{G}(x-y)}{\overline{G}(x)} = 1, \qquad \text{für alle } y \in [0, \infty[$$

gilt, so ist F genau dann subexponentiell, wenn G subexponentiell ist.

Aufgabe 3: Man beweise die folgende, in der Vorlesung verwendete Aussage: Sei $a : [0, \infty[\to [0, \infty[$ eine auf jedem Intervall $[0, x_0]$, $x_0 > 0$ Riemann-integrierbare Funktion, die durch eine monoton fallende und uneigentlich Riemann-integrierbare Funktion $A : [0, \infty[\to [0, \infty[$ dominiert wird, d.h. $a(x) \leq A(x)$ für alle $x \geq 0$. Dann ist a direkt Riemann-integrierbar.

Jede Aufgabe 8 Punkte