Technische Universität Berlin
Fakultät II - Institut für Mathematik
Vorlesung: Prof. Dr. Michael Scheutzow
Übung: Stephan Sturm
Sekretariat: Maria Willmers, MA 7-5

Wintersemester 2008/09

Übungen zur Vorlesung Versicherungsmathematik

11.Blatt
Übung: 08.01.09
Abgabe: 15.01.09

Aufgabe 1: Wir betrachten das Cramér-Lundberg Modell, wobei die Schadenshöhen Z_k Gamma-2 verteilt zum Parameter $\gamma > 0$ sind, d.h. ihre Dichte ist gegeben durch

$$f(x) = \gamma^2 x e^{-\gamma x} \mathbb{1}_{[0,\infty[}(x), \qquad \gamma > 0.$$

Weiterhin sei $\lambda > 0$ die Intensität des Poissonprozesses $N(t)$. Man bestimme den Lundbergkoeffizienten r_0.

Aufgabe 2: Wir betrachten das Cramér-Lundberg Modell mit light-tailed Schadenshöhen Z_k die sich bis zum Zeitpunkt t zum Gesamtschaden $S(t)$ aufaddieren. Die Anzahl der Schäden bis zum Zeitpunkt t ist durch einen Poissonprozess $N(t)$ mit Intensität $\lambda > 0$ gegeben. Man beweise, dass falls der Lundberg-Koeffizient r_0 existiert, er die beiden folgenden Identitäten erfüllt:

i) $\lambda + cr_0 = \lambda \Psi_{Z_1}(r_0)$;
ii) $c = \frac{1}{r_0} \log \Psi_{S(1)}(r_0)$,

wobei Ψ hier die momentenerzeugende Funktion der jeweiligen Zufallsvariable ist.

Aufgabe 3: Wir betrachten das Cramér-Lundberg Modell, wobei die Schadenshöhen Z_k Gamma-2 verteilt zum Parameter $1/\mu > 0$ sind, d.h. ihre Dichte ist gegeben durch

$$f(x) = \frac{1}{\mu^2} x e^{-\frac{1}{\mu}x} \mathbb{1}_{[0,\infty[}(x), \qquad \mu > 0.$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit $\Phi(u)$ in Abhängigkeit vom Startkapital u erfüllt die Gleichung

$$\Phi'(u) = \frac{\lambda}{c}\Phi(u) - \frac{\lambda}{c}\int_{]0,u]} \Phi(u-z)dF(z),$$

wobei $\lambda > 0$ die Intensität des Poissonprozesses $N(t)$, c die Prämienrate und F die Verteilungsfunktion der Z_k ist (vgl. Vorlesung nächste Woche). Man stelle eine Differentialgleichung für $\Phi(u)$ auf und berechne die Ruinwahrscheinlichkeit explizit.

Jede Aufgabe 8 Punkte