

Übungen zur Vorlesung Versicherungsmathematik

10. Blatt

Übung: 18.12.08

Abgabe: 08.01.09

Aufgabe 1: Man gebe eine Verteilungsfunktion F an, für die

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - F(x)}{e^{-\lambda x}} = 0, \quad \forall \lambda > 0,$$

aber

$$\limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - F(x)}{e^{-\lambda x}} = \infty, \quad \forall \lambda > 0,$$

gilt.

Aufgabe 2: Man untersuche, welche der folgenden Funktionen regulär variierend sind und bestimme gegebenenfalls ihren Index α :

- a) $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{x} \ln(1+x);$
- b) $g :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = e^{\lfloor \ln(1+x) \rfloor};$
- c) $h :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = x^3 \ln(\ln(e+x)).$

Aufgabe 3: Man zeige, dass falls ein $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, mit

$$\limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - F^{*n}(x)}{1 - F(x)} \leq n$$

existiert, die Verteilungsfunktion F subexponentiell ist.

Aufgabe 4: Der Weihnachtsmann hat leider alle Wunschlisten verloren. Deshalb beschließt er, die Päckchen zufällig zu füllen: Er wirft eine Münze, und wenn im k -ten Versuch erstmalig eine Zahl geworfen wird, kommen 2^k zufällig gewählte Geschenke in das jeweilige Päckchen. Sei X_i die Anzahl der Geschenke im i -ten Päckchen und F die zugehörige Verteilungsfunktion. Beim Verladen der Päckchen wird er von Rudolf, dem Rentier, gefragt: "Santa, ist diese Verteilung eigentlich subexponentiell?"