

Übungen zur Vorlesung Versicherungsmathematik

1. Blatt

Übung: 15.10.08
Abgabe: 22.10.08

Aufgabe 1: Es seien $F, G : J \rightarrow \mathbb{R}$ zwei Funktionen von lokal beschränkter Variation definiert auf einem reellen Intervall J und $I \subseteq J$ ein Teilintervall.

a) Man zeige, dass für die Variation $V(I)$ die Ungleichung

$$V_{F+G}(I) \leq V_F(I) + V_G(I)$$

gilt.

b) Man gebe je ein Beispiel für Gleichheit bzw. strikte Ungleichheit in der Ungleichung a) an.

Aufgabe 2: Es sei $F : J \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion von lokal beschränkter Variation definiert auf einem reellen Intervall J und $I \subseteq J$ ein Teilintervall. Sei nun $b \in I$, wir definieren $I_1 :=]-\infty, b] \cap I$ und $I_2 := I \cap [b, \infty[$. Man zeige

$$V_F(I) = V_F(I_1) + V_F(I_2).$$

Aufgabe 3: Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ für $a < b$, $a, b \in \mathbb{R}$, eine monotone, rechtsstetige Funktion. Man zeige: f besitzt nur abzählbar viele Sprungstellen.

Aufgabe 4: Man gebe zwei rechtsstetige Funktionen $F, G : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ von lokal beschränkter Variation und $0 \leq a < b < \infty$ an, so dass

$$\int_{]a,b]} G(x) dF(x) = F(b)G(b) - F(a)G(a) - \int_{]a,b]} F(x) dG(x)$$

nicht gilt.